

PEMBAHASAN MATEMATIKA PMB STIS 2017/2018

$$1. \quad \frac{x}{y} = \frac{3}{2} \rightarrow x = \frac{3}{2}y$$

$$\frac{z}{y} = \frac{4}{5} \rightarrow z = \frac{4}{5}y$$

$$\frac{x}{z} = \frac{3}{2}y : \frac{4}{5}y = \frac{15}{8} \text{ (E)}$$

2. Penyelesaiannya adalah sebagai berikut ini:

$$\left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{2}} + \left(\frac{1}{27}\right)^{\frac{1}{3}} + \left(\frac{1}{256}\right)^{\frac{1}{4}} = \left(\frac{1}{2^3}\right)^{\frac{1}{2}} + \left(\frac{1}{3^3}\right)^{\frac{1}{3}} + \left(\frac{1}{4^4}\right)^{\frac{1}{4}} = (2^{-3})^{\frac{1}{2}} + (3^{-3})^{\frac{1}{3}} + (4^{-4})^{\frac{1}{4}} =$$

$$2^{\frac{3}{2}} + 3 + 4 = 7 + 2\sqrt{2} \text{ (B)}$$

3. Penyelesaiannya adalah sebagai berikut ini:

$$\frac{x-1}{y+4} = \frac{1}{6}, \text{ sehingga } x-1=1 \rightarrow x=2 \text{ dan } y+4=6 \rightarrow y=2, \text{ kemudian dimasukkan}$$

$$\text{kedalam persamaan berikutnya yaitu } \frac{x+1}{y+3} = \frac{2+1}{2+3} = \frac{3}{5} \text{ (E)}$$

4. Pertama-tama kita harus mengkuadratkan kedua ruas persamaan sebagai berikut ini:

$$|2x+4| \geq |x+5|$$

$$(2x+4)^2 \geq (x+5)^2$$

$$4x^2 + 16x + 16 \geq x^2 + 10x + 25$$

$$3x^2 + 6x - 9 \geq 0$$

$$3x^2 + 9x - 3x - 9 \geq 0$$

$$3x(x+3) - 3(x+3) \geq 0$$

$$(3x-3)(x+3) \geq 0$$

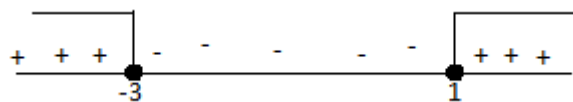
$$x = -3 \text{ dan } x = 1$$

$$\text{Jika } x = 0 \text{ maka } (3x-3)(x+3) = -9$$

$$\text{Jika } x = 2 \text{ maka } (3x-3)(x+3) = 15$$

$$\text{Jika } x = -4 \text{ maka } (3x-3)(x+3) = 15$$

Karena tanda dari pertidaksamaan diatas adalah  $\geq$  maka penyelesaian dari persamaan tersebut adalah  $x \leq -3$  atau  $x \geq 1$  (A)



$$5. \quad \text{Misalkan } u = 3x^2 \rightarrow u' = 6x \text{ dan } v = (1-2x)^5 \rightarrow v' = 5(1-2x)^4(-2) = -10(1-2x)^4$$

$$f(x) = 3x^2(1-2x)^5 = uv$$

$$f'(x) = u'v + uv' = 6x(1-2x)^5 + 3x^2(-10)(1-2x)^4 = 6x(1-2x)^5 - 30x^2(1-2x)^4$$

$$f'(1) = 6 \cdot 1(1-2 \cdot 1)^5 - 30 \cdot 1^2(1-2 \cdot 1)^4 = 6(-1)^5 - 30(-1)^4 = -6 - 30 = -36(E)$$

6. Diketahui suatu persamaan  $f(x) = \sqrt{2x-1}$ , sehingga akan didapat

$$f'(x) = \frac{1}{2}(2x-1)^{-\frac{1}{2}} \cdot 2 = (2x-1)^{-\frac{1}{2}} \rightarrow f'(a) = (2a-1)^{-\frac{1}{2}}$$

$$f''(a) = -\frac{1}{2}(2a-1)^{-\frac{3}{2}} \cdot 2 = -(2a-1)^{-\frac{3}{2}} \rightarrow f''(a) = -(2a-1)^{-\frac{3}{2}}$$

$$f'(a) = f''(a) \rightarrow (2a-1)^{-\frac{1}{2}} = -(2a-1)^{-\frac{3}{2}}$$

$$\frac{(2a-1)^{-\frac{1}{2}}}{(2a-1)^{-\frac{3}{2}}} = -1$$

$$2a-1 = -1 \rightarrow 2a = 2 \rightarrow a = 1(E)$$

7.  $f(x) = 2x^2 + 3x + 5 \rightarrow f'(x) = 4x + 3$

Persamaan garis  $y = mx + c$  dengan m adalah gradien sehingga  $m = 4$ . Syarat suatu fungsi dikatakan fungsi naik jika gradiennya positif, sehingga grafik  $f'(x)$  naik (B).

8. **Cara I**

$$x^2 + y^2 + 4x - 6y - 12 = 0$$

$$x^2 + 4x + 4 + y^2 - 6y + 9 - 25 = 0$$

$$(x-2)^2 + (y-3)^2 = 5^2$$

Persamaan lingkaran dengan pusat (a,b) adalah  $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$  sehingga jari-jarinya yaitu  $R = 5$

Luas lingkaran adalah  $\pi R^2 = \pi 5^2 = 25\pi$  (E)

**Cara II**

$$x^2 + y^2 + 4x - 6y - 12 = 0$$

$$x^2 + y^2 + Ax - By + C = 0$$

Rumus untuk mencari titik pusat lingkaran adalah  $\left(-\frac{1}{2}A, -\frac{1}{2}B\right)$ , sedangkan rumus

untuk mencari jari-jari dari persamaan lingkaran adalah  $R = \sqrt{\frac{1}{4}A^2 + \frac{1}{4}B^2 - C}$

Dari persamaan diatas didapatkan bahwa  $A = 4$ ,  $B = 6$ ,  $C = -12$  sehingga

$$R = \sqrt{\frac{1}{4}A^2 + \frac{1}{4}B^2 - C} = \sqrt{\frac{1}{4}4^2 + \frac{1}{4}6^2 - (-12)} = \sqrt{4+9+12} = \sqrt{25} = 5$$

Luas lingkaran adalah  $\pi R^2 = \pi 5^2 = 25\pi$  (E)

9. Bentuk umum dari persamaan fungsi kuadrat adalah  $y = f(x) = ax^2 + bx + c$

Salah satu titik pada fungsi kuadrat yang bisa dilihat adalah titik perpotongan antara fungsi kuadrat dan sumbu y yaitu titik (0,2) sehingga

$$y = f(x) = ax^2 + bx + c \rightarrow 2 = f(0) = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c \rightarrow c = 2$$

Rumus titik puncak dari persamaan fungsi kuadrat adalah  $\left(\frac{-b}{2a}, \frac{b^2 - 4ac}{-4a}\right)$  dengan

$$x = \frac{-b}{2a} \text{ dan } y = \frac{b^2 - 4ac}{-4a}, \text{ dalam gambar fungsi kuadrat dapat dilihat bahwa titik}$$

puncak fungsi kuadrat berada pada titik (1,1) sehingga

$$x = \frac{-b}{2a} = 1 \rightarrow b = -2a$$

$$y = \frac{b^2 - 4ac}{-4a} \rightarrow 1 = \frac{b^2 - 4a2}{-4a}$$

$$-4a = 4a^2 - 8a$$

$$-4 = 4a - 8 \rightarrow a = 1 \text{ dan } b = -2$$

Jadi persamaan fungsi kuadrat yang sesuai dengan grafik dalam soal adalah

$$y = f(x) = ax^2 + bx + c = x^2 - 2x + 2 \text{ (A)}$$

10.  $8^m = 27 \rightarrow 2^{3m} = 27 \rightarrow 2^m = \sqrt[3]{27} = 3$

$$2(4^m) - 2(2^m) = 2(2^m)^2 - 2(2^m) = 2 \cdot 3^2 - 2 \cdot 3 = 18 - 6 = 12 \text{ (C)}$$

11. Misalkan  $a = {}^5\log 10$  dan  $b = {}^5\log 2$  dimana  $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$  dan

$${}^a\log bc = {}^a\log b + {}^a\log c$$

$$\frac{({}^5\log 10)^2 - ({}^5\log 2)^2}{{}^5\log \sqrt{20}} = \frac{({}^5\log 10 - {}^5\log 2)({}^5\log 10 + {}^5\log 2)}{\frac{1}{2} {}^5\log 20}$$

$$\frac{({}^5\log 10)^2 - ({}^5\log 2)^2}{{}^5\log \sqrt{20}} = \frac{({}^5\log 10 - {}^5\log 2)({}^5\log 10 + {}^5\log 2)}{\frac{1}{2} ({}^5\log 10 + {}^5\log 2)}$$

$$\frac{({}^5\log 10)^2 - ({}^5\log 2)^2}{{}^5\log \sqrt{20}} = 2({}^5\log 10 - {}^5\log 2) = 2({}^5\log 5) = 2 \cdot 1 = 2 \text{ (C)}$$

12. Diketahui suatu bentuk persamaan  $2^{x^2+5x+11} = 32^{2x+1}$

$$2^{x^2+5x+11} = 32^{2x+1} \rightarrow 2^{x^2+5x+11} = 2^{5(2x+1)}$$

$$x^2 + 5x + 11 = 5(2x + 1)$$

$$x^2 + 5x + 11 = 10x + 5$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$(x-3)(x-2) = 0$$

Jadi  $x_1 = 3$  dan  $x_2 = 2$ , sehingga nilai dari  $A+B = 3+2 = 5$  (D)

13. Diketahui suatu bentuk persamaan logaritma  ${}^a \log 81 - 2^a \log 27 + {}^a \log 27 + {}^a \log 243 = 6$

$${}^a \log 81 - 2^a \log 27 + {}^a \log 27 + {}^a \log 243 = 6$$

$${}^a \log 81 - {}^a \log 27^2 + {}^a \log 27 + {}^a \log 243 = 6$$

$${}^a \log \left( \frac{81}{27^2} \right) + {}^a \log 27 + {}^a \log 243 = 6$$

$${}^a \log \left( \frac{81 \times 27}{27^2} \right) + {}^a \log 243 = 6$$

$${}^a \log \left( \frac{81 \times 27 \times 243}{27^2} \right) = 6 \rightarrow {}^a \log \left( \frac{3^4 \times 3^3 \times 3^5}{3^6} \right) = 6 \rightarrow {}^a \log \left( \frac{3^{12}}{3^6} \right) = 6$$

$${}^a \log 3^6 = 6 \rightarrow a^6 = 3^6 \rightarrow a = 3 \text{ (B)}$$

14. Diketahui  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  adalah  $n$  bilangan real positif. Untuk  $n$  bilangan real tersebut didefinisikan rata-rata aritmatika (AM), rata-rata geometri (GM), dan rata-rata harmoni (HM) sebagai berikut:

$$AM_n = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{n}$$

$$GM_n = \sqrt[n]{a_1 a_2 a_3 \dots a_n} \text{ dan}$$

$$HM_n = \frac{n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \dots + \frac{1}{a_n}}$$

Jika  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  adalah  $n$  bilangan real positif yang berbeda, maka berlaku ketaksamaan  $AM_n \geq GM_n \geq HM_n$ . Dari teorema tersebut akan diperoleh hubungan bahwa  $HM_n \leq AM_n$  sehingga

$$\frac{n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \dots + \frac{1}{a_n}} \leq \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{n}$$

$$\frac{\frac{6}{\frac{1}{72} + \frac{1}{73} + \frac{1}{74} + \frac{1}{75} + \frac{1}{76} + \frac{1}{77}}}{6} \leq \frac{72 + 73 + 74 + 75 + 76 + 77}{6}$$

$$\frac{\frac{1}{\frac{1}{72} + \frac{1}{73} + \frac{1}{74} + \frac{1}{75} + \frac{1}{76} + \frac{1}{77}}}{36} \leq \frac{72 + 73 + 74 + 75 + 76 + 77}{36}$$

$$\frac{\frac{1}{\frac{1}{72} + \frac{1}{73} + \frac{1}{74} + \frac{1}{75} + \frac{1}{76} + \frac{1}{77}}}{36} \leq \frac{447}{36}$$

$$\frac{\frac{1}{\frac{1}{72} + \frac{1}{73} + \frac{1}{74} + \frac{1}{75} + \frac{1}{76} + \frac{1}{77}}}{12,4167} \leq 12,4167$$

Jadi bilangan bulat terdekat yang tidak lebih besar dari nilai pecahan

$$\frac{1}{\frac{1}{72} + \frac{1}{73} + \frac{1}{74} + \frac{1}{75} + \frac{1}{76} + \frac{1}{77}} \text{ adalah } 12 \text{ (B)}$$

15. Pertama-tama kita harus menyederhanakan persamaan berikut ini  $(\sqrt[3]{4})^x = 2^{x^2} (\sqrt[3]{2})^{-8}$

$$(\sqrt[3]{4})^x = 2^{x^2} (\sqrt[3]{2})^{-8} \rightarrow 4^{\frac{x}{3}} = 2^{x^2} 2^{-\frac{8}{3}}$$

$$2^{\frac{2x}{3}} = 2^{x^2 - \frac{8}{3}} \rightarrow \frac{2x}{3} = x^2 - \frac{8}{3}$$

$$2x = 3x^2 - 8 \rightarrow 3x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$3x^2 - 6x + 4x - 8 = 0 \rightarrow 3x(x - 2) + 4(x - 2) = 0$$

$$(3x + 4)(x - 2) = 0$$

Sehingga nilai  $x_1 = -4/3$  dan  $x_2 = 2$  (D)

16. Langkah awal yang perlu kita lakukan adalah menterjemahkan soal tersebut kedalam bentuk-bentuk persamaan sebagai berikut:

$$\frac{\text{perempuan}_A}{\text{laki} - \text{laki}_A} = \frac{6}{5} = \frac{x}{100} \rightarrow x = 120$$

$$\frac{\text{perempuan}_B}{\text{laki} - \text{laki}_B} = \frac{4}{3} = \frac{80}{y} \rightarrow y = 60$$

Jumlah penduduk desa A =  $120 + 100 = 220$

Jumlah penduduk desa B =  $60 + 80 = 140$

Jadi jumlah penduduk total dari desa A dan B adalah  $220 + 140 = 360$  orang (D)

17. Kita misalkan bahwa  $y = \sqrt{3 - \sqrt{5}} + \sqrt{3 + \sqrt{5}}$  sehingga akan didapatkan

$$y^2 = 3 - \sqrt{5} + 2\sqrt{(3 - \sqrt{5})(3 + \sqrt{5})} + 3 + \sqrt{5}$$

$$y^2 = 6 + 2\sqrt{9 - 5}$$

$$y^2 = 6 + 2.2 = 10$$

$$y = \sqrt{10} \text{ (B)}$$

18. Pertama-tama kita harus mencari nilai dari  $P^2$ ,  $P^3$  dan  $P^4$  dengan cara sebagai berikut

$$P = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \rightarrow P^2 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$P^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$P^4 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$-P^4 + 2P^3 - 3P^2 + 4I = -\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} - 3\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + 4\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$-P^4 + 2P^3 - 3P^2 + 4I = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$-P^4 + 2P^3 - 3P^2 + 4I = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} = 2P \text{ (B)}$$

19. Kita misalkan  $AE = CF = x$ , kemudian akan didapatkan bentuk persamaan berikut

$$L\Delta ABCD - L\Delta DEF = 1 - \frac{7}{16} = \frac{9}{16}$$

$$L\Delta ADE + L\Delta BEF + L\Delta CDF = \frac{9}{16}$$

$$\frac{x}{2} + \frac{(1-x)(1-x)}{2} + \frac{x}{2} = \frac{9}{16}$$

$$\frac{2x+1-2x+x^2}{2} = \frac{9}{16} \rightarrow x^2 + 1 = \frac{9}{16} \rightarrow x^2 = \frac{1}{8}$$

Menurut Teorema Pythagoras maka  $DE^2 = AD^2 + AE^2$ ,  $AE = CF = x = \frac{1}{8}$

$$DE^2 = 1 + \frac{1}{8} = \frac{9}{8} \rightarrow DE = \sqrt{\frac{9}{8}} = \frac{3}{2\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{4} \text{ (C)}$$

20.  $S = \{\text{mobil, bis, kereta api, sepeda, perahu, pesawat terbang, sepeda motor}\}$

$$A = \{\text{bis, kereta api, pesawat terbang}\}$$

$$B = \{\text{kereta api, mobil, perahu}\}$$

$$C = \{\text{sepeda}\}$$

$$A^c = \{\text{mobil, sepeda, perahu, sepeda motor}\}$$

$$C^c = \{\text{mobil, bis, kereta api, perahu, pesawat terbang, sepeda motor}\}$$

$$(A^c \cup B) = \{\text{mobil, sepeda, perahu, sepeda motor, kereta api, mobil}\}$$

$$(A^c \cap C^c) = \{\text{mobil, perahu, sepeda motor}\}$$

$$(A^c \cup B) \cap (A^c \cap C^c) = \{\text{sepeda motor, mobil, perahu}\} \text{ (C)}$$

21. Misalkan  $L_1$  = luas awal persegi panjang,  $p_1$  = panjang awal persegi panjang dan  $l_1$  = lebar awal persegi panjang. Sementara  $L_2$  = luas akhir persegi panjang,  $p_2$  = panjang akhir persegi panjang dan  $l_2$  = lebar akhir persegi panjang.

$L_1 = p_1 l_1$  dimana diketahui dalam soal bahwa  $\frac{p_1}{l_1} = \frac{5}{4}$ , sehingga

$$p_2 = p_1 + \frac{20}{100} p_1 = \frac{120}{100} p_1 = \frac{6}{5} p_1$$

$$l_2 = l_1 - \frac{20}{100} l_1 = \frac{80}{100} l_1 = \frac{4}{5} l_1$$

$$L_2 = p_2 l_2 = \frac{6}{5} p_1 \frac{4}{5} l_1 = \frac{24}{25} p_1 l_1$$

$$\Delta Luas = L_2 - L_1 = \frac{24}{25} p_1 l_1 - p_1 l_1$$

$$\Delta Luas = -\frac{1}{25} p_1 l_1 = -0,04 p_1 l_1 = -4\% p_1 l_1$$

Jadi luas persegi panjang akhir akan berkurang 4% daripada luas persegi panjang awal (E).

22. Dalam soal diketahui bahwa matriks A, B dan C memiliki hubungan yaitu  $AB = C$

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 2x & x+2y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 2x & x+2y \end{pmatrix}$$

$$2 = 2x \rightarrow x = 1$$

$$x + 2y = 3 \rightarrow 1 + 2y = 3 \rightarrow 2y = 2 \rightarrow y = 1$$

Jadi  $x - y = 1 - 1 = 0$  (A)

23. Untuk menyelesaikan soal ini kita harus memecah pecahan  $\frac{65}{18}$  secara bertahap

$$\frac{65}{18} = 3 + \frac{11}{18} = 3 + \frac{1}{\left(\frac{18}{11}\right)} = 3 + \frac{1}{1 + \frac{7}{11}} = 3 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\left(\frac{11}{7}\right)}} = 3 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{4}{7}}} = 3 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\left(\frac{7}{4}\right)}}$$

Dalam soal diketahui persamaan sebagai berikut  $3 + \frac{1}{x + \frac{1}{y + \frac{1}{z}}} = \frac{65}{18}$ , sehingga  $x = 1$ ,  $y$

$= 1$  dan  $z = \frac{7}{4}$ . Hal tersebut akan menyebabkan  $xyz = 1 \times 1 \times \frac{7}{4} = \frac{7}{4}$  (D)

24. Pertama-tama kita harus sederhanakan persamaan berikut ini:

$$\begin{aligned} \sqrt[5]{\frac{1}{243}} + \sqrt[3]{\sqrt{729}} + \sqrt[3]{\sqrt{\frac{1}{64}}} + \sqrt[4]{\sqrt{256}} &= \sqrt[5]{\frac{1}{3^5}} + \sqrt[3]{\sqrt{3^6}} + \sqrt[3]{\sqrt{\frac{1}{2^6}}} + \sqrt[4]{\sqrt{2^8}} \\ \sqrt[5]{\frac{1}{243}} + \sqrt[3]{\sqrt{729}} + \sqrt[3]{\sqrt{\frac{1}{64}}} + \sqrt[4]{\sqrt{256}} &= \sqrt[5]{3^{-5}} + \sqrt[3]{3^{\frac{6}{2}}} + \sqrt[3]{2^{-\frac{6}{3}}} + \sqrt[4]{2^{\frac{8}{4}}} \\ \sqrt[5]{\frac{1}{243}} + \sqrt[3]{\sqrt{729}} + \sqrt[3]{\sqrt{\frac{1}{64}}} + \sqrt[4]{\sqrt{256}} &= \sqrt[5]{3^{-5}} + \sqrt[3]{3^3} + \sqrt[3]{2^{-2}} + \sqrt[4]{2^2} \\ \sqrt[5]{\frac{1}{243}} + \sqrt[3]{\sqrt{729}} + \sqrt[3]{\sqrt{\frac{1}{64}}} + \sqrt[4]{\sqrt{256}} &= 3^{-\frac{5}{5}} + 3^{\frac{3}{3}} + 2^{-\frac{2}{2}} + 2^{\frac{2}{2}} = 3^{-1} + 3 + 2^{-1} + 2 \\ \sqrt[5]{\frac{1}{243}} + \sqrt[3]{\sqrt{729}} + \sqrt[3]{\sqrt{\frac{1}{64}}} + \sqrt[4]{\sqrt{256}} &= \frac{1}{3} + 3 + \frac{1}{2} + 2 = 5\frac{5}{6} \text{ (C)} \end{aligned}$$

25. Misalkan peserta seminar laki-laki = L dan peserta seminar perempuan = P, kemudian terjemahkan soal ke dalam bentuk persamaan matematis seperti berikut ini.

$$\frac{1}{3}P = 16 \rightarrow P = 48$$

$$\frac{L}{L+P} \times 100\% = 40\%$$

$$\frac{L}{L+P} = \frac{40}{100} = \frac{2}{5} \rightarrow \frac{L}{L+48} = \frac{2}{5}$$

$$5L = 2L + 96 \rightarrow 3L = 96 \rightarrow L = 32 \text{ (A)}$$

26.  $f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{3x-1}{3x+1}$ , misalkan  $y = \frac{1}{x} \rightarrow x = \frac{1}{y}$

$$f(y) = \frac{3\frac{1}{y}-1}{3\frac{1}{y}+1} = \frac{\left(\frac{3-y}{y}\right)}{\left(\frac{3+y}{y}\right)} = \frac{3-y}{3+y}, \text{ misalkan } y = 1-a$$

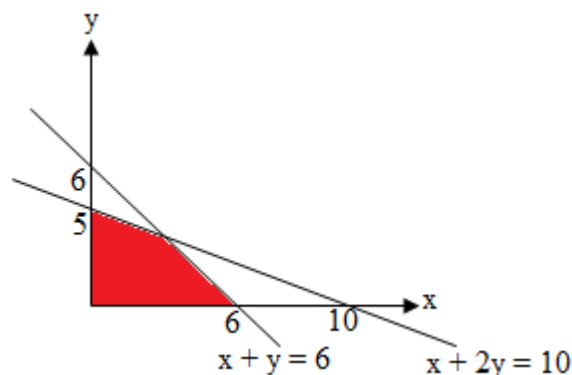
$$f(1-a) = \frac{3-(1-a)}{3+(1-a)} = \frac{2+a}{4-a} = 1$$

$$2+a = 4-a \rightarrow 2a = 2 \rightarrow a = 1 \text{ (D)}$$

27.  $x + 2y = 10$ , jika  $x = 0$  maka  $y = 5$  dan jika  $y = 0$  maka  $x = 10$  (0,5) dan (10,0)  
 $x + y = 6$ , jika  $x = 0$  maka  $y = 6$  dan jika  $y = 0$  maka  $x = 6$  (0,6) dan (6,0)

$$\left. \begin{aligned} x + y = 6 \rightarrow x = 6 - y \\ x + 2y = 10 \rightarrow 6 - y + 2y = 10 \rightarrow 6 + y = 10 \rightarrow y = 4 \end{aligned} \right\} (2,4)$$

Dari hasil perhitungan diatas akan didapatkan gambar grafik seperti dibawah ini





Terdapat 3 kemungkinan titik yang memenuhi syarat persamaan  $x + 2y \leq 10$ ,  $x + y \leq 6$ ,  $x \geq 0$  dan  $y \geq 0$  yaitu (0,5), (6,0) dan (2,4).

Untuk titik (0,5) maka nilai  $z = 3x + 5y = 3.0 + 5.5 = 25$

Untuk titik (6,0) maka nilai  $z = 3x + 5y = 3.6 + 5.0 = 18$

Untuk titik (2,4) maka nilai  $z = 3x + 5y = 3.2 + 5.4 = 26$  merupakan nilai maksimum dari  $z = 3x + 5y$  (C)

28. - Kemungkinan pertama adalah  $f(x) = -2$  dan  $g(x) = 2$  dengan daerah asal  $x \leq -1$  dan  $x < 0$ , sehingga irisan dari daerah asal adalah  $x \leq -1$ ,  $(f+g)(x) = -2 + 2 = 0$  sehingga daerah hasilnya adalah 0.

- Kemungkinan kedua adalah  $f(x) = -2$  dan  $g(x) = -x(x+1)$  dengan daerah asal  $x \leq -1$  dan  $x \geq 0$ , karena irisan daerah asal tidak dapat ditentukan maka daerah hasilnya juga pun tidak dapat ditentukan.

- Kemungkinan ketiga adalah  $f(x) = x$  dan  $g(x) = 2$  dengan daerah asal  $x > -1$  dan  $x < 0$ , sehingga irisan daerah asal adalah  $-1 < x < 0$ . Untuk menentukan batas-batas daerah hasil dari kemungkinan ini maka kita harus memasukkan batas dari daerah asalnya yaitu  $x = 1$  dan  $x = 0$ . Jika  $x = -1$  maka  $(f+g)(x) = -1 + 2 = 1$  dan jika  $x = 0$  maka  $(f+g)(x) = 0 + 2 = 2$ , sehingga batas daerah hasilnya adalah (1,2).

- Kemungkinan keempat adalah  $f(x) = x$  dan  $g(x) = -x(x+1)$  dengan daerah asal  $x > -1$  dan  $x \geq 0$ , sehingga irisan daerah asalnya adalah  $x \geq 0$ .

Jika  $x = 0$  maka  $(f+g)(x) = x - x(x+1) = 0 - 0(0+1) = 0$

Jika  $x = 1$  maka  $(f+g)(x) = x - x(x+1) = 1 - 1(1+1) = -1$

Jika  $x = 2$  maka  $(f+g)(x) = x - x(x+1) = 2 - 2(2+1) = -4$

Jika  $x = 3$  maka  $(f+g)(x) = x - x(x+1) = 3 - 3(3+1) = -9$

·  
·  
·

Jika  $x = \infty$  maka  $(f+g)(x) = x - x(x+1) = \infty - \infty (\infty+1) = -\infty$

Karena nilai minus terus menerus membesar maka daerah hasilnya adalah  $(-\infty, 0]$

Dari 4 kemungkinan tersebut dapat disimpulkan bahwa daerah hasil untuk  $(f + g)(x)$  adalah  $(-\infty, 0] \cup (1, 2)$  (C).

29. Misalkan  $b =$  buku tulis dan  $p =$  pensil, maka

$$4b + 3p = 55000 \rightarrow 4b + 3p = 55000$$

$$2b + 4p = 40000 \rightarrow \underline{4b + 8p = 80000} \quad -$$

$$-5p = -25000$$

$$p = 5000$$

$$4b + 3p = 55000 \rightarrow 4b + 3.5000 = 55000 \rightarrow b = 10000$$

Untuk membeli 3 buku dan 3 pensil maka jumlah uang yang dikeluarkan adalah  $3b + 3p = 3.10000 + 3.5000 = 45000$ , jika Nash memiliki uang 100000 maka kembaliannya adalah 55000 (D).

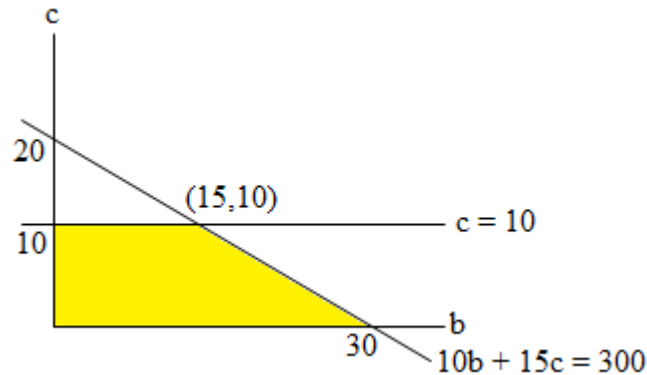
30. Misalkan  $b$  = baju dan  $c$  = celana, kemudian kita terjemahkan soal ke dalam bentuk persamaan matematis sebagai berikut ini:

$$b + 1,5c \leq 30 \rightarrow b + \frac{15}{10}c \leq 30 \rightarrow 10b + 15c \leq 300$$

$$c \leq 10$$

Jika  $b = 0$  maka  $c = 20$  (0,20) dan jika  $c = 0$  maka  $b = 30$  (30,0)

Jika  $c = 10$  maka  $b = 15$  (15,10)



Fungsi keuntungan dari penjualan dapat ditulis  $U = 9000c + 7500b$ , terdapat 3 kemungkinan titik yang memenuhi syarat persamaan  $10b + 15c \leq 300$  dan  $c \leq 10$ , yaitu (0,10), (30,0) dan (15,10).

Untuk titik (0,10) maka  $U = 9000.10 + 7500.0 = 90000$

Untuk titik (15,10) maka  $U = 9000.10 + 7500.15 = 202500$

Untuk titik (30,0) maka  $U = 9000.0 + 7500.30 = 225000$  merupakan keuntungan maksimum yang dapat diperoleh penjahit tersebut (D)

31. Misalkan  $b$  = harga barang kedua dan  $c$  = harga barang ketiga

$$\text{Rata-rata} = \frac{120000 + b + c + 400000}{4} = \frac{520000 + b + c}{4}$$

- Kemungkinan pertama adalah jika  $b = c = 120000$ , rata-rata harga keempat barang tersebut akan mencapai nilai minimum yaitu

$$\text{Rata-rata} = \frac{520000 + b + c}{4} = \frac{520000 + 120000 + 120000}{4} = 190000$$

- Kemungkinan kedua adalah jika  $b = c = 400000$ , rata-rata harga keempat barang tersebut akan mencapai nilai maksimum yaitu

$$\text{Rata-rata} = \frac{520000 + b + c}{4} = \frac{520000 + 400000 + 400000}{4} = 330000$$

Sehingga rata-rata harga keempat barang tersebut yang mungkin adalah terletak dalam selang interval  $190000 \leq \text{rata-rata} \leq 330000$ , pilihan dalam soal yang terletak dalam selang interval tersebut adalah Rp325.500,- (C)

$$32. \lim_{x \rightarrow \infty} 2 + \frac{2}{2 + \frac{2}{2 + \frac{2}{x}}} = \lim_{x \rightarrow \infty} 2 + \frac{2}{2 + \frac{2}{\left(\frac{2x+2}{x}\right)}} = \lim_{x \rightarrow \infty} 2 + \frac{2}{2 + \frac{2x}{2x+2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} 2 + \frac{2}{\left(\frac{6x+4}{2x+2}\right)} =$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} 2 + \frac{4x+4}{6x+4} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{12x+8+4x+4}{6x+4} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{16x+12}{6x+4} = \frac{\frac{16x}{x} + \frac{12}{x}}{\frac{6x}{x} + \frac{4}{x}} = \frac{16}{6} = \frac{8}{3} \quad (\text{C})$$

33.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x}-1}{1-\sqrt[3]{1-x}} = \frac{\sqrt{1-0}-1}{1-\sqrt[3]{1-0}} = \frac{1-1}{1-1} = \frac{0}{0}$ , karena hasilnya merupakan bentuk tak tentu  $\frac{0}{0}$

maka bisa menggunakan Teorema L'Hopital yaitu  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{F(x)}{G(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{F'(x)}{G'(x)} = \frac{F'(a)}{G'(a)}$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x}-1}{1-\sqrt[3]{1-x}} = \frac{\frac{1}{2}(1-x)^{-\frac{1}{2}}(-1)}{-\frac{1}{3}(1-x)^{-\frac{2}{3}}(-1)} = \frac{\frac{1}{2}(1-0)^{-\frac{1}{2}}}{-\frac{1}{3}(1-0)^{-\frac{2}{3}}} = -\frac{3}{2} \quad (\text{E})$$

34.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2-5x+6)\sin 2(x-2)}{(x^2-x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-6)(x+1)\sin 2(x-2)}{(x-2)(x+1)} = 2(x-6) = 2(8-6) = -8 \quad (\text{A})$

35. Pertama-tama sederhanakan dulu persamaan integral berikut  $\int_1^2 (1-2f(x))dx = 5$

$$\int_1^2 (1-2f(x))dx = 5 \rightarrow \int_1^2 xdx - 2\int_1^2 f(x)dx = 5$$

$$x^2 \Big|_1^2 - 2\int_1^2 f(x)dx = 5 \rightarrow 1 - 2\int_1^2 f(x)dx = 5$$

$$-2\int_1^2 f(x)dx = 4 \rightarrow \int_1^2 f(x)dx = -2$$

Kemudian sederhanakanlah persamaan integral kedua yaitu  $\int_2^4 \left( f(x) - \frac{x}{2} \right) dx = 6$

$$\int_2^4 \left( f(x) - \frac{x}{2} \right) dx = 6 \rightarrow \int_2^4 f(x)dx - \int_2^4 \frac{x}{2} dx = 6$$

$$\int_2^4 f(x)dx - \frac{1}{4} x^2 \Big|_2^4 = 6 \rightarrow \int_2^4 f(x)dx - \left( \frac{16}{4} - \frac{4}{4} \right) = 6$$

$$\int_2^4 f(x)dx - 3 = 6 \rightarrow \int_2^4 f(x)dx = 9$$

Langkah terakhir adalah menyederhanakan persamaan integral yaitu  $\int_1^4 (f(x)+1)dx$

$$\int_1^4 (f(x)+1)dx = \int_1^4 f(x)dx + \int_1^4 dx = \int_1^2 f(x)dx + \int_2^4 f(x)dx + x \Big|_1^4 = -2 + 9 + 4 - 1 = 10 \quad (\text{B})$$

36. Misalkan Anto = A, Budi = B, Cici = C dan Desi = D

Salah satu pernyataan dalam soal adalah “Dua tahun lagi Budi dan Desi akan menikah, dan pada saat itu umur Anto 30 tahun” , mengandung arti bahwa 2 tahun yang akan datang umur Anto 30 tahun sehingga umur Anto sekarang adalah 28 tahun atau  $A = 28$ . Kemudian soal tersebut akan diterjemahkan ke dalam variabel A, B dan C sebagai berikut

$$A = 4 + B$$

$$B = 2C \quad \text{jika } A = 28 \text{ maka } B = 24, C = 12 \text{ dan } D = 21$$

$$C - 3 = \frac{1}{2}(D - 3)$$

$$28 = 4 + B \rightarrow B = 24$$

$$24 = 2C \rightarrow C = 12$$

$$12 - 3 = \frac{1}{2}(D - 3) \rightarrow 18 = D - 3 \rightarrow D = 21$$

Umur Budi sekarang adalah 24 tahun dan 2 tahun lagi berumur 26 tahun, sedangkan Desi sekarang berumur 21 tahun dan 2 tahun lagi memiliki umur 23 tahun, sehingga selisih umur Desi dan umur Budi pada saat menikah nanti adalah 3 tahun atau Desi tiga tahun lebih muda dari Budi (E).

37. Misalkan A = Agung, B = Beta, C = Cici, D = Deri dan E = Edi kemudian dalam soal menyatakan bahwa:

$$A = 2B \rightarrow B = \frac{1}{2}A = \frac{30}{60}A$$

$$B = \frac{60}{100}C \rightarrow \frac{1}{2}A = \frac{3}{5}C \rightarrow C = \frac{5}{6}A = \frac{50}{60}A$$

$$D = \frac{50}{100}E \rightarrow D = \frac{1}{2} \cdot \frac{19}{10}A = \frac{19}{20}A = \frac{57}{60}A$$

$$E = \frac{190}{100}A \rightarrow E = \frac{19}{10}A = \frac{114}{60}A$$

Jadi yang mempunyai berat badan paling ringan adalah Beta (B).

38. Langkah awal yang harus kita lakukan adalah menyederhanakan bentuk berikut ini

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) =$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 + \frac{1}{3}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{n}\right) \left(1 + \frac{1}{n}\right) =$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{3}{4} \dots \left(\frac{n}{n-1}\right) \left(\frac{n-1}{n}\right) \left(\frac{n+1}{n}\right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2} \frac{n+1}{n} = \frac{\frac{n}{n} + \frac{1}{n}}{2} = \frac{1+0}{2} = \frac{1}{2} \quad (\text{D})$$

39.  $\int 7x(3-x)^5 dx = \int u dv$

$$\text{Misalkan } u = 7x \rightarrow du = 7dx \text{ dan } dv = (3-x)^5 dx \rightarrow v = \int (3-x)^5 dx$$

Pertama kita harus menyelesaikan persamaan integral  $v = \int (3-x)^5 dx$ , misalkan  $y = 3-x \rightarrow \frac{dy}{dx} = -1 \rightarrow dx = -dy$ , sehingga persamaan integral berikut akan berubah

$$\text{menjadi } v = \int (3-x)^5 dx = \int y^5 - dy = -\frac{1}{6} y^6 + c = -\frac{1}{6} (3-x)^6 + c$$

$$\int 7x(3-x)^5 dx = \int u dv = uv - \int v du = 7x \cdot -\frac{1}{6} (3-x)^6 - \int -\frac{1}{6} (3-x)^6 7 dx$$

Selanjutnya kita harus menyelesaikan persamaan integral berikut  $\int -\frac{1}{6} (3-x)^6 7 dx$ ,

dimana  $z = 3-x \rightarrow \frac{dz}{dx} = -1 \rightarrow dx = -dz$  kemudian persamaan integral berikut akan

$$\text{berubah menjadi } v = \int -\frac{1}{6} (3-x)^6 7 dx = \int -\frac{1}{6} z^6 \cdot -7 dz = \frac{7}{6} \cdot \frac{1}{7} z^7 + c = \frac{1}{6} (3-x)^7 + c$$

$$\text{Dari hasil perhitungan diatas maka } \int 7x(3-x)^5 dx = -\frac{7}{6} x(3-x)^6 - \frac{1}{6} (3-x)^7 + c \text{ (E)}$$

40.  $\int (2x-4)\sqrt[3]{(6+4x-x^2)^5} dx$ , misalkan  $u = 6+4x-x^2$  sehingga

$u = 6+4x-x^2 \rightarrow \frac{du}{dx} = 4-2x \rightarrow -du = (2x-4)dx$ , kemudian substitusikan ke persamaan integral awal sebagai berikut:

$$\int (2x-4)\sqrt[3]{(6+4x-x^2)^5} dx = \int u^{\frac{5}{3}} - du = -\frac{3}{8} u^{\frac{8}{3}} + c = -\frac{3}{8} (6+4x-x^2)^{\frac{8}{3}} + c \text{ (D)}$$

41 Misalkan B = Bowo dan C = Chacha, kemudian soal tersebut akan diterjemahkan kedalam bentuk matematis sebagai berikut ini

$$B = 2C$$

$$B = 1000000 + 100000t$$

$$2C = 1000000 + 100000t \rightarrow 6c = 3000000 + 300000t$$

$$C = 1500000 + 30000t \rightarrow 10c = 15000000 + 300000t \quad \underline{\hspace{1cm}}$$

$$-4C = -12000000$$

$$C = 3000000$$

Jadi harga ponsel yang ingin dibeli Chacha adalah Rp3.000.000,- (B)

42. Perlu kita ingat kembali bahwa rumus dari percepatan suatu partikel dalam pelajaran

fisika adalah  $a = \frac{v_t - v_0}{t} \rightarrow at = v_t - v_0 \rightarrow v_t = v_0 + at$ , kemudian dalam soal diketahui

bahwa  $v = 2 + 3t$  maka  $v_0 = 2$  dan  $a = 3$ . Selain itu kita juga mengetahui rumus dari jarak suatu partikel yang bergerak lurus yaitu  $s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$ , kemudian substitusikanlah nilai  $v_0$  dan  $a$  ke dalam persamaan jarak tersebut.

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

$$s = 2t + \frac{1}{2} 3t^2$$

$$s_1 = 2 \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 2^2 = 4 + 6 = 10$$

$$s_2 = 2 \cdot 4 + \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4^2 = 8 + 24 = 32$$

$$\Delta s = s_2 - s_1 = 32 - 10 = 22 \text{ (A)}$$

43. Bentuk umum persamaan lingkaran adalah  $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$ , sehingga pusat lingkaran  $x^2 + y^2 - 4x + 8y + 4 = 0$  berada pada titik  $\left(-\frac{1}{2}A, -\frac{1}{2}B\right) = \left(-\frac{1}{2} \cdot -4, -\frac{1}{2} \cdot 8\right) = (2, -4)$ . Misalkan  $m_1$  adalah gradien garis pertama dan  $m_2$  adalah gradien garis kedua, jika garis pertama dan kedua tegak lurus maka  $m_1 \times m_2 = -1$ , dimana persamaan umum garis lurus adalah  $y = mx + c$ . Pertama kita harus mencari gradien garis pertama ( $m_1$ ) kemudian gradien garis kedua ( $m_2$ ) sebagai berikut ini

$$3x + 4y + 5 = 0 \rightarrow 4y = -3x - 5$$

$$y = -\frac{3}{4}x - 5 \rightarrow m_1 = -\frac{3}{4}$$

$$m_1 \times m_2 = -1 \rightarrow -\frac{3}{4}m_2 = -1 \rightarrow m_2 = \frac{4}{3}$$

Persamaan garis kedua melewati titik  $(2, -4)$  dan memiliki gradien  $m_2 = \frac{4}{3}$

$$y - y_1 = m_2(x - x_1) \rightarrow y + 4 = \frac{4}{3}(x - 2)$$

$$3y + 12 = 4x - 8 \rightarrow 3y - 4x + 20 = 0 \text{ (B)}$$

44. Misalkan  $a = \frac{1}{x-2}$  dan  $b = \frac{1}{y-3}$ , maka persamaan dalam soal akan berubah menjadi

$$\frac{5}{x-2} + \frac{2}{y-3} = 8 \rightarrow 5a + 2b = 8$$

$$\frac{4}{x-2} - \frac{2}{y-3} = 10 \rightarrow \frac{4a - 2b = 10}{9a = 18} \quad \dagger$$

$$a = 2$$

$$4a - 2b = 10 \rightarrow 8 - 2b = 10 \rightarrow -2b = 2 \rightarrow b = -1$$

$$a = \frac{1}{x-2} = 2 \rightarrow 2x - 4 = 1 \rightarrow 2x = 5 \rightarrow x = \frac{5}{2} \quad \text{(C)}$$

$$b = \frac{1}{y-3} = -1 \rightarrow 3 - y = 1 \rightarrow y = 2$$

45. Misalkan  $y$  = jumlah penduduk kelompok umur 20-24 tahun, dimana rumus rata-rata

$$\sum_{i=1}^n (f_i \cdot d_i)$$

data berkelompok adalah  $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n (f_i \cdot d_i)}{m}$ , dimana  $f_i$  = frekuensi pada kelompok data ke-

$i$ ,  $d_i$  = median pada interval kelompok data ke- $i$  dan  $m$  = jumlah frekuensi total dari semua kelompok data. Perhitungannya adalah sebagai berikut ini

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n (f_i \cdot d_i)}{m} = \frac{2.2 + 7.3 + 12.5 + 17.6 + 22y + 27.1}{17 + y} = 14$$

$$4 + 21 + 60 + 102 + 22Y + 27 = 238 + 14y$$

$$8y = 24$$

$$y = 3$$

Jadi jumlah penduduk kelompok umur 20-24 tahun adalah 3 orang (B)

46. Misalkan  $J_A$  = jumlah nilai kelas A,  $B_A$  = banyaknya siswa di kelas A,  $J_B$  = jumlah nilai kelas B dan  $B_B$  = banyaknya siswa di kelas B. Kemudian soal tersebut akan dibuat dalam bentuk matematis sebagai berikut ini.

$$\bar{x}_A = \frac{J_A}{B_A}, \bar{x}_B = \frac{J_B}{B_B}, \bar{x} = \frac{J_A + J_B}{B_A + B_B}$$

$$\frac{\bar{x}_A}{\bar{x}_B} = \frac{J_A}{B_A} \frac{B_B}{J_B} = \frac{10}{9} \rightarrow J_A B_B = \frac{10}{9} B_A J_B$$

$$\frac{\bar{x}}{\bar{x}_B} = \frac{J_A + J_B}{B_A + B_B} \frac{B_B}{J_B} = \frac{85}{81} \rightarrow \frac{J_A B_B + J_B B_B}{B_A J_B + B_B J_B} = \frac{85}{81}$$

$$81 J_A B_B + 81 J_B B_B = 85 B_A J_B + 85 B_B J_B$$

$$81 J_A B_B - 85 B_A J_B = 4 B_B J_B$$

$$81 \cdot \frac{10}{9} B_A J_B - 85 B_A J_B = 4 B_B J_B$$

$$90 B_A J_B - 85 B_A J_B = 4 B_B J_B$$

$$5 B_A J_B = 4 B_B J_B$$

$$\frac{B_A}{B_B} = \frac{4}{5} \quad (C)$$

47. Banyaknya kemungkinan terambil 1 bola merah dari 4 bola merah yang adalah

$${}^4C_1 = \frac{4!}{3!!} = 4$$

Banyaknya kemungkinan terambil 1 bola biru dari 3 bola biru yang adalah

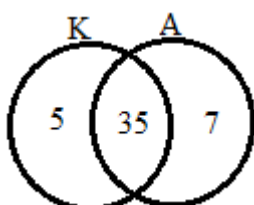
$${}^3C_1 = \frac{3!}{2!!} = 3$$

Banyaknya kemungkinan terambil 1 bola merah dan 1 bola biru dari 7 bola yang ada

$$\text{adalah } {}^7C_2 = \frac{7!}{5!2!} = 21$$

Peluang terambil satu bola merah dan satu bola biru adalah  $\frac{{}^4C_1 \cdot {}^3C_1}{{}^7C_2} = \frac{4 \cdot 3}{21} = \frac{12}{21} = \frac{4}{7}$  (D)

48. Pertama-tama kita harus membuat diagram venn dari soal tersebut



banyaknya orang yang tidak memelihara kucing dan ayam  
 $= 100 - (5 + 35 + 7) = 100 - 47 = 53$

peluang orang tidak memelihara kucing maupun ayam adalah

$$= \frac{53}{100} = 0,53 \quad (\text{D})$$

49. Diketahui banyaknya karyawan ( $n$ ) = 40 orang dan rata-rata gaji karyawan = 35 ribu rupiah, maka jumlah gaji karyawan =  $40 \times 35 = 1400$  ribu rupiah. Dalam soal dinyatakan bahwa “semua pendapatan karyawan dikalikan dua kemudian dikurangi 15 ribu rupiah”, jika pernyataan dalam soal tersebut diterjemahkan ke dalam bentuk matematis maka

$$\text{rata\_rata\_lama} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = 35 \rightarrow x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n = 35n = 35 \cdot 40 = 1400$$

$$\text{rata\_rata\_baru} = \frac{(2x_1 - 15) + (2x_2 - 15) + (2x_3 - 15) + \dots + (2x_n - 15)}{n}$$

$$\text{rata\_rata\_baru} = \frac{(2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + \dots + 2x_n) - (15n)}{n} = \frac{2(x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n) - (15n)}{n}$$

$$\text{rata\_rata\_baru} = \frac{(2 \times 1400) - (15 \times 40)}{40} = \frac{2200}{40} = 55 \text{ ribu rupiah per jam, sehingga}$$

pilihan jawaban A dan C salah.

Diketahui median lama = 48 ribu rupiah, dalam soal dinyatakan bahwa “semua pendapatan karyawan dikalikan dua kemudian dikurangi 15 ribu rupiah”, sehingga median baru =  $(2 \times 48) - 15 = 96 - 15 = 81$  ribu rupiah per jam, pilihan jawaban E salah.

Diketahui simpangan baku lama = 10 ribu rupiah dan simpangan baku

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}}, \text{ dalam soal dinyatakan bahwa “semua pendapatan karyawan}$$

dikalikan dua kemudian dikurangi 15 ribu rupiah”, jika pernyataan dalam soal tersebut diterjemahkan ke dalam bentuk matematis maka



$$S_{\text{lama}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - 35)^2}{40}} = 10 \rightarrow \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - 35)^2}{40} = 100$$

$$\sum_{i=1}^n (x_i - 35)^2 = 4000 \rightarrow (x_1 - 35)^2 + (x_2 - 35)^2 + (x_3 - 35)^2 + \dots + (x_n - 35)^2 = 4000$$

$$(x_1^2 - 700x_1 + 1225) + (x_2^2 - 70x_2 + 1225) + (x_3^2 - 70x_3 + 1225) + \dots + (x_n^2 - 70x_n + 1225) = 4000$$

$$(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \dots + x_n^2) - 70(x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n) + (1225n) = 4000$$

$$(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \dots + x_n^2) - (70 \times 2200) + (1225 \times 40) = 4000$$

$$(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \dots + x_n^2) - 154000 + 49000 = 4000$$

$$(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \dots + x_n^2) - 105000 = 4000$$

$$(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \dots + x_n^2) = 109000$$

$$S_{\text{baru}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n ((2x_i - 15) - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n ((2x_i - 15) - 55)^2}{40}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (2x_i - 70)^2}{40}} =$$

$$\sqrt{\frac{(2x_1 - 70)^2 + (2x_2 - 70)^2 + (2x_3 - 70)^2 + \dots + (2x_n - 70)^2}{40}} =$$

$$\sqrt{\frac{(4x_1^2 - 280x_1 + 4900) + (4x_2^2 - 280x_1 + 4900) + (4x_3^2 - 280x_1 + 4900) + \dots + (4x_n^2 - 280x_1 + 4900)}{40}} =$$

$$\sqrt{\frac{4(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \dots + x_n^2) - 280(x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n) + (4900n)}{40}} =$$

$$\sqrt{\frac{(4 \times 109000) - (280 \times 2200) + (4900 \times 40)}{40}} = \sqrt{\frac{436000 - 616000 + 196000}{40}} =$$

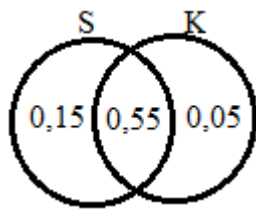
$$\sqrt{\frac{16000}{40}} = \sqrt{400} = 20 \text{ ribu per jam (B)}$$

50. Misalkan kotak pertama adalah banyaknya kemungkinan ketua kelas, kotak kedua wakil ketua kelas dan kotak ketiga sekretaris.

- Karena kelas asal ketua tim harus lebih tinggi dari kelas asal wakil ketua dan sekretaris, maka kotak pertama hanya bisa diisi oleh banyaknya siswa kelas III yaitu sebanyak 6 orang.
- Dalam soal tidak terdapat pernyataan bahwa asal kelas wakil ketua harus lebih tinggi dari sekretaris, oleh karena itu kotak kedua bisa diisi oleh banyaknya siswa kelas II dan I yaitu sebanyak 9 orang.
- Jika 1 orang siswa kelas II dan I telah menempati jabatan sebagai wakil ketua kelas, maka akan ada kemungkinan 8 orang yang bisa menempati posisi sekretaris atau mengisi kotak ketiga.

$$\boxed{6} \boxed{9} \boxed{8} = 6 \times 9 \times 8 = 432 (D)$$

51. Misalkan S = statistika dan K = kalkulus



Peluang seorang mahasiswa tidak lulus mata kuliah statistika dan kalkulus =  $1 - 0,15 - 0,55 - 0,05 = 0,25$  (B)

52. Pada hari Senin sampai Jumat mahasiswa STIS wajib mengenakan sepatu hitam dan kaos kaki putih, misalkan  $p$  = wajib mengenakan sepatu hitam maka  $\sim p$  = tidak wajib mengenakan sepatu hitam dan  $q$  = wajib mengenakan kaos kaki putih maka  $\sim q$  = tidak wajib mengenakan kaos kaki putih. Dalam matematika dikenal suatu sifat dalam negasi yaitu  $\sim (p \wedge q) = \sim p \vee \sim q$  Pada hari Senin sampai Jumat, mahasiswa STIS tidak wajib mengenakan sepatu hitam atau tidak wajib mengenakan kaos kaki putih (D)

53. Misalkan  $n$  = banyaknya siswa,  $S_n$  = jumlah nilai siswa,  $a$  = nilai terendah,  $U_n$  = nilai siswa ke- $n$ .

$$\frac{S_n}{n} = \text{rata-rata} \rightarrow \frac{S_n}{25} = 68 \rightarrow S_n = 68 \times 25 = 1700$$

$$\frac{n}{2}(a + U_n) = S_n \rightarrow \frac{25}{2}(a + U_{25}) = 1700$$

$$a + 97 = 136 \rightarrow a = 39 \text{ (C)}$$

54. Rumus penjumlahan dari barisan tak hingga adalah  $S_n = \frac{a}{1-r}$ , dimana  $a$  = suku pertama dari barisan tersebut dan  $r$  = rasio dari barisan tersebut.

$$\frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{\cos^2 x} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{\cos^4 x} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{\cos^6 x} \times \dots = \frac{1}{2}^{1 + \cos^2 x + \cos^4 x + \cos^6 x + \dots}$$

$1 + \cos^2 x + \cos^4 x + \cos^6 x + \dots$  merupakan suatu barisan tak hingga dengan  $a = 1$  dan  $r = \cos^2 x$ , sehingga  $S_n = \frac{a}{1-r} = \frac{1}{1-\cos^2 x} = \frac{1}{1-\cos^2 45} = \frac{1}{1-\left(\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)^2} = \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = 2$

$$\frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{\cos^2 x} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{\cos^4 x} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{\cos^6 x} \times \dots = \frac{1}{2}^{1 + \cos^2 x + \cos^4 x + \cos^6 x + \dots} = \frac{1}{2}^2 = \frac{1}{4} \text{ (B)}$$

55. Langkah pertama yang harus kita lakukan adalah mencari jari-jari dari lingkaran A dan B sebagai berikut ini.

$$x^2 + y^2 = r^2$$

$$x^2 + y^2 - 9 = 0 \rightarrow x^2 + y^2 = 3^2 \rightarrow r = 3$$

Karena persamaan lingkaran  $x^2 + y^2 - 9 = 0$  berpusat pada titik A maka  $r = AC = 3$

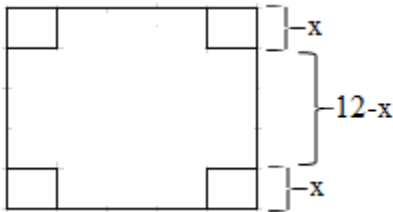
$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$$

$$x^2 + y^2 - 10x + 9 = 0 \rightarrow (x-5)^2 + (y-0)^2 - 16 = 0$$

$$(x-5)^2 + (y-0)^2 = 4^2 \rightarrow R = 4$$

Karena persamaan lingkaran  $x^2 + y^2 - 10x + 9 = 0$  berpusat pada titik B maka  $R = BC = 4$   
 Jika  $AC = 3$  dan  $BC = 4$  maka segitiga ABC merupakan segitiga siku-siku karena 3,4,5  
 merupakan tripel Pythagoras, sehingga  $L\Delta ABC = \frac{AC \times BC}{2} = \frac{3 \times 4}{2} = \frac{12}{2} = 6$  (A)

56. Misalkan  $x$  = ukuran sisi persegi yang dipotong dan gambarnya adalah seperti di bawah ini, untuk mendapatkan kotak kardus dengan volume terbesar maka harus dicari turunan pertama dari volume kotak kardus yang sama dengan nol.



$$V = plt = (12 - x)(12 - x)x$$

$$V = (144 - 24x + x^2)x = 144x - 24x^2 + x^3$$

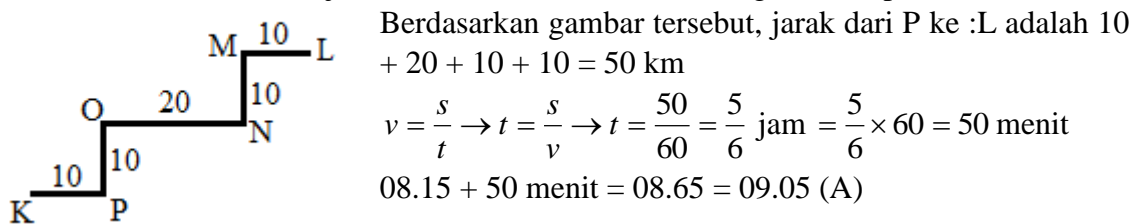
$$V' = 3x^2 - 48x + 144 = 0$$

$$V' = x^2 - 16x + 48 = 0$$

$$V' = (x - 12)(x - 4) = 0 \rightarrow x = 4 \text{ cm (C)}$$

57.  $320 = ab^2$   
 $320 = 64 \times 5 = 8 \times 8 \times 5$ , sehingga usia Dini dan Dono adalah 8 tahun sedangkan usia Dani adalah 5 tahun dimana jumlah usia ketiganya adalah  $8 + 8 + 5 = 21$  tahun (D)

58. Pertama kita harus menerjemahkan soal tersebut ke dalam gambar seperti di bawah ini



59. Karena jumlah kelereng Tio dua buah lebih banyak dari kelereng Boni, maka akan dimisalkan bahwa  $Tio = a + 2$  dan  $Boni = a$ . Jika Tio memberikan tiga buah kelerengnya kepada Boni, maka  $Tio = a + 2 - 3 = a - 1$  dan  $Boni = a + 3$ , sehingga selisih antara kelereng Boni dan Tio  $= a + 3 - (a - 1) = 3 + 1 = 4$  (C)

60. Misalkan  $p$  = ibu libur,  $q$  = adik senang dan  $r$  = adik tersenyum

Jika ibu libur, maka adik senang  $p \rightarrow q$

Jika adik senang, maka adik tersenyum  $q \rightarrow r$

Jika ibu libur, maka adik tersenyum  $p \rightarrow r$

Terdapat 3 bentuk ekivalensi dari  $p \rightarrow r$  yaitu

a. Konvers yaitu  $r \rightarrow p$  sehingga jika adik tersenyum, maka ibu libur (B)

b. Invers yaitu  $\sim p \rightarrow \sim r$  sehingga jika ibu tidak libur, maka adik tidak tersenyum

c. Kontraposisi atau kontrapositif yaitu  $\sim r \rightarrow \sim p$  sehingga jika adik tidak tersenyum, maka ibu tidak libur (E)

Dalam soal ini terdapat dua jawaban yang benar yaitu B dan E